

№

РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК  
ГЛАВНАЯ АСТРОНОМИЧЕСКАЯ ОБСЕРВАТОРИЯ

На правах рукописи

УДК 521.14/17

ПЕТРОВА

Наталья Константиновна

ПОСТРОЕНИЕ АНАЛИТИЧЕСКИХ ТАБЛИЦ  
ФИЗИЧЕСКОЙ ЛИБРАЦИИ ЛУНЫ

Специальность 01.03.01 – астрометрия и небесная механика

А в т о р е ф е р а т

диссертации на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук

Санкт-Петербург

1995

Работа выполнена на кафедре астрономии Казанского университета.

Научный руководитель: Доктор физико-математических наук,  
профессор Ш.Т. Хабибуллин.

Официальные оппоненты: Доктор физико-математических наук,  
профессор К.В. Холшевников.  
Кандидат физико-математических наук  
Г.И. Ерошкин.

Ведущая организация: Государственный астрономический институт  
имени П.К. Штернберга.

Защита состоится "12" ..... 01 ..... 1996 г. в 11 час. .... мин. на заседании Диссертационного совета К002.92.01 по защите диссертаций на соискание степени кандидата физико-математических наук в Главной Астрономической Обсерватории Российской Академии наук.

Адрес: 196140 Санкт-Петербург, Пулковское шоссе, д.65, ГАО РАН

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Главной Астрономической Обсерватории РАН.

Автореферат разослан "9" ..... 12 ..... 1995 г.

Ученый секретарь  
Диссертационного совета  
кандидат физико-математических наук



Ю.А. Наговицын

## Общая характеристика работы

**Актуальность темы.** С наступлением эры исследования Солнечной системы космическими аппаратами, изучение особенностей вращения Луны стало вновь привлекать к себе пристальное внимание. Этому значительно способствовала серия работ по изучению гравитационного поля Луны, выполненная с помощью ее искусственных спутников. Осуществляются задачи, связанные с посадкой космических аппаратов на лунную поверхность. Планируется создание долговременных лунных баз. К настоящему моменту создалась уникальная ситуация, когда точность и объем радио- и светолокационных наблюдений стали существенно превышать уровень аналитического описания и понимания основных закономерностей физической либрации Луны (ФЛЛ).

В связи с этим и у нас, и за рубежом интенсивно ведутся работы по совершенствованию теоретико-расчетной базы поступательно-вращательного движения Луны и планет. Результаты этих исследований вылились в создание или численных эфемерид и теорий ФЛЛ, или аналитических таблиц движения и физической либрации.

Хотя аналитические теории уступают численным по точности описания ФЛЛ, тем не менее они обладают рядом преимуществ, среди которых можно отметить, например, следующие:

- Аналитический подход позволяет проследивать вклад от различных факторов, влияющих на движение и вращение Луны, что обеспечивает получение достаточно полной динамической картины исследуемого явления.
- Аналитические решения дают возможность определять величину среднего наклона экватора к эклиптике.
- На основе аналитических решений могут задаваться начальные данные для численного интегрирования и вырабатываться тесты для контроля за ошибками численного интегрирования.

- Аналитические таблицы дают явную зависимость решений от динамических параметров, чего нет в численных решениях.

Параллельное существование нескольких численных и аналитических теорий и таблиц подчеркивает *актуальность* и остроту исследуемой проблемы, углубляет знания о динамической природе поступательно-вращательного движения Луны.

В основу подхода, развиваемого в данной работе, положена модель абсолютно твердого тела Луны, подверженной возмущениям со стороны Земли и Солнца. Движение центра масс описывается в рамках ограниченной задачи трех тел теорией Гайна-Брауна-Эккерта. Совокупность этих условий определяет решение так называемой "главной проблемы" в теории ФЛЛ. В рамках такой же модели построены существующие к данному моменту таблицы ФЛЛ Экхардта [1], Мигюса [2], Мунс [3,4]. Сравнение таблиц физической либрации, построенных разными приближенными методами на различных таблицах движения Луны, как показывает опыт, позволяет взаимно уточнять результаты вычислений, совершенствовать методы их получения, что, в конечном итоге, приводит к созданию высокоточных таблиц ФЛЛ. Это послужило для нас *одним из мотивов* разработать еще один независимый подход к решению проблемы.

К настоящему времени таблицы ФЛЛ обеспечивают точность  $0.''01$  дуги, что соответствует точности 3 см в определении расстояний. Дальнейшее совершенствование наблюдений потребует точности теории до 5мм. Однако продвижение в этом направлении невозможно без решения "главной проблемы", как фундаментальной ступени теории.

**Цель работы** заключается:

- в построении теории физической либрации Луны для такой модели ее вращения, которая бы в рамках "главной проблемы" включала в себя все те факторы, которые способствуют обеспечению точности таблиц в  $0.''01$ ;
- в разработке метода решения полученной системы дифференциальных урав-

нений ФЛЛ:

— в получении высокоточных таблиц ФЛЛ, удобных для применения как в селенодезической практике, так и в теоретических исследованиях.

**Метод исследования** базируется на построении уравнений Гамильтона. Решение этих уравнений достигается путем приведения их к виду уравнений, описывающих движение гармонического осциллятора, правые части которых представлены в виде рядов Пуассона. Для практической реализации задачи предложен алгоритм, использующий итерационный процесс получения решения на ЭВМ (ЕС-1046). Разработанный программный комплекс основан на пакете программ Универсального Пуассоновского Процессора (УПП) [5].

**Научная новизна** работы заключается в следующем:

1. Впервые получены дифференциальные уравнения ФЛЛ, учитывающие все нелинейные слагаемые до третьей степени включительно, в самолетных углах  $\mu, \nu, \pi$ ;
2. Разработан оригинальный, быстросходящийся алгоритм, позволяющий получать решение уравнений ФЛЛ в виде рядов Пуассона;
3. Построены аналитические таблицы ФЛЛ, обеспечивающие точность  $0.''01$ , удобные для применения в селенодезической практике;
4. Таблицы позволяют легко определять вклад в ФЛЛ вариаций динамических параметров при выборе оптимальной модели гравитационного поля Луны как для исследования динамических эффектов, так и для корректировки численных решений.

**Достоверность** разработанного метода и полученных результатов обеспечивается как хорошей внутренней сходимостью, так и их согласованностью с результатами других авторов.

**Практическая ценность работы.** Результаты данной работы могут быть использованы в селенодезических задачах для получения вычисленных координат кратеров на лунной поверхности. Разработанный метод и построенный на его основе программный комплекс может служить основной базой для дальнейшего совершенствования теории ФЛЛ.

**Структура и объем работы.** Диссертация объемом в 91 страницу состоит из введения, четырех глав, заключения, списка цитированной литературы из 68 наименований и двух приложений.

## **Содержание диссертации**

**Введение** посвящено обоснованию актуальности выбранной темы исследования, содержит краткую характеристику диссертации и список работ, в которых опубликованы ее основные результаты.

**В первой главе** рассматривается современное состояние теории физической либрации Луны, ее связь с наблюдениями и основные подходы к улучшению теории в свете современных требований и возможностей. Дано описание тех факторов, которые способствуют повышению точности теории ФЛЛ и среди которых первостепенную роль сыграло изучение гравитационного поля Луны с помощью ее искусственных спутников, лазерной локации и радиointерферометрии на сверхдлинных базах. Кроме того прогресс в совершенствовании теории ФЛЛ связан с появлением мощных ЭВМ и систем математического обеспечения в виде Пуассоновских процессоров. Приводится краткая характеристика современных работ по теории ФЛЛ с рассмотрением методов решения проблемы и сравнительным анализом результатов.

**Во второй главе** рассматривается подход к описанию ФЛЛ через самолетные углы, вводятся канонические переменные, строится Гамильтониан зада-

чи и на его основе — уравнения Ф.Л.Л. Углы либрации  $\mu, \nu, \pi$  и построенные на них канонические переменные выбраны таким образом, чтобы, во-первых, записанные в них дифференциальные уравнения могли быть проинтегрированы, во-вторых, удобно было пользоваться полученными таблицами при приведении вычисленных координат кратеров к наблюдаемым и, в-третьих, они достаточно малы, что даст возможность произвести разложения в ряд по степеням канонических переменных выражения как для кинетической, так и для потенциальной энергии. В конечном итоге, гамильтониан задачи представляется полиномом по степеням канонических переменных:

$$H = \sum_{\langle T \rangle} G_{ijklm}(\chi_1, \chi_2) q_2^i q_3^j p_1^k p_2^l p_3^m + \sum_{\langle U \rangle} Q_{ijk}(\gamma, \beta, S_{ij}, C_{ij}, t) q_1^i q_2^j q_3^k \quad (1)$$

При построении аналитических таблиц коэффициенты  $Q_{ijk}$  в (1) являются рядами Пуассона вида:

$$Q_{ijk} = \sum_{m=2}^3 \Psi_m \sum_{r=1}^{\infty} R_r^{ijk} \frac{\sin}{\cos} (k_{r1}l + k_{r2}l' + k_{r3}F + k_{r4}D) \quad (2)$$

Коэффициенты  $\Psi_m(\gamma, \beta, C_{3n}, S_{3n}, R/a, C/MR^2)$ , аналогично  $G_{ijklm}(\chi_1, \chi_2)$  в (1), являются полиномами от указанных в скобках параметров.

Полученная система уравнений Гамильтона относится к классу систем Лапунова. Правые части этих уравнений, в конечном итоге, содержат канонические переменные  $q, p$  в виде полиномов четвертой степени. Коэффициентами перед ними являются степенные функции безразмерных моментов инерции и ряды  $Q_{ijk}$  вида (2).

В третьей главе предложен способ построения аналитических параметров и описан метод решения выведенных в предыдущей главе уравнений для получения аналитического решения в виде рядов Пуассона.

Аналитические параметры  $E_i$  строились как разности между любым возможным значением динамического параметра и его значением, определяемым динамической моделью LURE2. В результате аналитическое решение очевидным образом содержит в себе полуаналитическое решение для динамической модели LURE2.

Для решения системы уравнений Гамильтона они были преобразованы в обобщенные уравнения гармонического осциллятора, допускающие применение метода последовательных итераций, ( $i = 1, 2, 3$ ):

$$\begin{cases} \ddot{q}_i^{(n)} + \bar{\omega}_i^2 q_i^{(n)} = \tilde{\Phi}_{q_i}(t, \mathbf{q}^{(n-1)}) + \tilde{F}_{q_i}(\mathbf{q}^{(n-1)}, \mathbf{p}^{(n-1)}) = \\ \quad = \sum_r X_r \prod_s E_s^{n_{sr}} \cdot \frac{\sin}{\cos}(k_{r1}l + k_{r2}l' + k_{r3}F + k_{r4}D) \\ \ddot{p}_i^{(n)} + \bar{\omega}_i^2 p_i^{(n)} = \tilde{\Phi}_{p_i}(t, \mathbf{q}^{(n-1)}) + \tilde{F}_{p_i}(\mathbf{q}^{(n-1)}, \mathbf{p}^{(n-1)}) = \\ \quad = \sum_r Y_r \prod_s E_s^{n_{sr}} \cdot \frac{\sin}{\cos}(k_{r1}l + k_{r2}l' + k_{r3}F + k_{r4}D), \end{cases} \quad (3)$$

При каждой итерации правые части этих уравнений, а, следовательно, и их решение получаются в виде рядов Пуассона. Параметры рядов полученного решения — численные значения амплитуд и индексов при степенных и тригонометрических аргументах — представляются в виде таблиц ФЛЛ.

Дана характеристика полученных таблиц и описан способ их применения для получения вычисленных координат кратеров. Проведено сравнение полученных таблиц с результатами других авторов.

В заключительном параграфе этой главы описан способ применения таблиц, заданных в углах  $\mu, \nu, \pi$ , для вычисления координат кратеров.

В четвертой главе кратко описаны принципы реализации аналитических операций на ЭВМ, дан обзор имеющихся пуассоновских процессоров. Анализируется точность, с которой должны выполняться операции над рядами на ЭВМ, чтобы удовлетворить требованиям, предъявляемым к таблицам ФЛЛ, обеспечить сходимость итерационного процесса для всех гармоник рядов ФЛЛ, и особенно, для гармоник с малыми знаменателями. Описан программный комплекс, реализующий построение таблиц ФЛЛ на ЕС-



ЭВМ на базе Универсального Пуассоновского процессора. Приведена его блок-схема и список основных программ.

В заключении сформулированы основные результаты, полученные в работе:

I. При рассмотрении динамической картины вращения и выводе дифференциальных уравнений, описывающих это вращение, сделан учет тех факторов, которые обеспечивают точность в  $0.01$  в определении углов либрации, а именно:

— учтены вторая и третья гармоники в разложении селенопотенциала по сферическим функциям;

— учтено прямое возмущение от Солнца через вторую гармонику в разложении солнечного потенциала;

— учтены нелинейные члены до четвертой степени канонических переменных в разложении гамильтониана по малым переменным.

II. Для обеспечения аналитической зависимости углов  $\mu, \nu, \pi$  не только от времени, но и от динамических параметров, характеризующих гравитационное поле Луны, построены аналитические параметры. Они дают возможность представить результаты в виде аналитического расширения полуаналитического решения, построенного для динамической модели LURE2.

III. Разработан алгоритм, позволяющий получать решение уравнений в виде рядов Пуассона. Представлен комплекс программ, реализующий данный алгоритм на ЕС-1046 на основе пакета программ УИП.

IV. Построены аналитические таблицы, представляющие параметры рядов Пуассона как для углов либрации  $\mu, \nu, \pi$ , так и для переменных  $P_1, P_2, \tau$ . По сравнению с имеющимися таблицам Мпгюса или Мунс эти таблицы более удобны для использования на практике как при проведении по ним расчетов, так и для оценки влияния динамических параметров на ФЛЛ.

**Приложение 1** состоит из:

- таблиц, в которых представлены значения динамических параметров гравитационного поля Луны практически из всех современных динамических моделей селенопотенциала (Таблица 1а,б,в);
- таблиц, используемых в расчетах значений констант и параметров (Таблица 2);
- таблиц, демонстрирующих результаты сравнения полученного полуаналитического решения с данными Экхардта и Мунс (Таблица 3).

**В приложении 2** представлены аналитические таблицы ФЛЛ как для самолетных углов  $\mu$ ,  $\nu$ ,  $\pi$ , так и для переменных  $P_1$ ,  $P_2$ ,  $\tau$ .

**На защиту выносятся следующие результаты:**

1. Разработанная нелинейная теория построения таблиц ФЛЛ в самолетных углах, задающих положение главных осей инерции Луны в равномерно-вращающейся эклиптической системе координат.
2. Метод решения построенных дифференциальных уравнений ФЛЛ с целью получения аналитической зависимости углов либрации от времени и динамических параметров в виде рядов Пуассона.
3. Разработанный алгоритм реализации решения задачи на ЭВМ с применением Универсального Пуассоновского Процессора.
4. Аналитические таблицы ФЛЛ, представляющие одновременно полуаналитическое решение для динамической модели LURE2 и его аналитическое расширение. Таблицы построены как для самолетных углов  $\mu$ ,  $\nu$ ,  $\pi$ , так и для переменных либрации  $P_1$ ,  $P_2$ ,  $\tau$ .

**Апробация работы.** Основные результаты работы докладывались — на всесоюзном совещании рабочей группы "Луна", 1984г., Ленинград, ГАО

Пулково;

— на всесоюзных совещаниях "Компьютерные методы небесной механики", Ленинград, ИТА, 1989, 1990.

— на итоговых научных конференциях Казанского университета за 1984г., 1991г.

— на научной конференции "Стохастические методы и эксперименты в небесной механике", Архангельск, 13-17 июня 1995г.

— на международном симпозиуме IAU "Dynamics, ephemerides and astrometry in solar system". Париж, 3-8 июля 1995 г..

**Основное содержание** диссертации полностью отражено в следующих опубликованных работах:

1. Петрова Н.К. Адаптация комплекса АМС на ЭВМ "Искра-1030"// Сб. тезисов докл. на всесоюзном совещании "Компьютерные методы небесной механики", Ленинград, ИТА, 20-24 ноября, с. 52, 1990.

2. Петрова Н.К. Таблицы физической либрации Луны, основанные на теории движения Луны Шмидта (главная проблема).//Труды Казанской городской астрономической обсерватории.1993, т.53, с. 40-80

3 Петрова Н.К. Аналитические таблицы физической либрации Луны.// Сб. тезисов докл. на всероссийской конференции "Стохастические методы и эксперименты в небесной механике", Архангельск, 13-17 июня 1995г., с. 45, 1995.

4. Petrova N. Analytical tables of the lunar physical libration.// Dynamics, ephemerides and astrometry in the solar system, Symposium IAU 172, Paris, 3-8 July 1995. Book of abstracts, p. 76-77.

5. Petrova N. Analytical tables of the lunar physical libration.// Dynamics, ephemerides and astrometry in the solar system. Proceedings of IAU Symposium N 172, Paris, July 3-8, 1995, 2 p.

6. Petrova N. Analytical extension of lunar libration tables.// Earth, Moon and Planets, 1995, 33 p., (it's accepted to publication at October 3, 1995).

7. Петрова Н.К. Построение таблиц физической либрации Луны в самолет-

ных углах. I. Канонические переменные и уравнения, аналитические параметры. // Деп. ВИНТИИ — от 7.08.95 — N 2399-B95 — 25с.

8. Петрова Н.К. Построение таблиц физической либрации Луны в самолетных углах. II. Реализация задачи на ЭВМ, анализ полученных результатов. // Деп. ВИНТИИ — от 12.10.95 — N 2748-B95 — 33с.

## Литература

1. Eckhardt D.H. 'Theory of the libration of the Moon', *The Moon and the Planets*, 1981, 25, — p. 3-49.

2. Migus A. 'Analytical lunar libration tables'. *The Moon and the Planets*, 1980, 23, — p. 391-427.

3. Moons M. 'Analytical theory of libration of the Moon', *Celest. Mech.*, 1982, 26, — p. 131-142.

4. Moons M. 'Analytical theory of libration of the Moon'. *The Moon and the Planets*, 1982, 27, — p. 257-284.

5. Тарасевич С.В. 'УПП — универсальный пуассоновский процессор' *Алгоритмы небесной механики*, ИТА АН СССР, Ленинград, 1979. N 27. — с. 3-29.



Издательство Форт Диалог: Россия, Татарстан, г. Казань,  
ул. Университетская, 17, а/я 194. Телефон 38-73-51.

Откопировано на ризографе  
в Издательстве ФОРТ ДИАЛОГ.  
Тираж 80 экземпляров. Заказ №41.